计算方法

插值法

1. 给定 $y=f(x)$ 的三个值，求二次拉格朗日插值 $L_2(x)$ 及其余项 $R_2(x)$.

x_i	0	1	2
y_i	3	5	4

2. 给定 $y=f(x)$ 的一组值，求拉格朗日插值多项式及其余项，和牛顿插值多项式

x_i	0	1	2
y_i	1	2	7

3. 给定 $y=f(x)$ 的一组值，求牛顿插值多项式及余项.

x_i	-1	0	1	3
y_i	1	-1	-1	29

4. 设 $x_j(j=0,1,\cdots,n)$ 为互异节点，证明：
   - $\sum\limits_{j=0}^{n} x_j^k l_j(x) \equiv x^k, \quad k=0,1,\cdots,n;$
   - $\sum\limits_{j=0}^{n} (x_j-x)^k l_j(x) \equiv 0, \quad k=1,\cdots,n;$

5. 设 $f(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0(a_n\neq 0)$，证明

$$f[x,x_0,x_1,\cdots,x_m]=\begin{cases} n-m-1\text{次多项式}, & m<n-1, \\ a_n, & m=n-1, \\ 0, & m>n-1. \end{cases}$$