计算方法

第一次作业

1. 确定一个 Gauss 变换 $\boldsymbol{L} \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ 使得

$$\boldsymbol{L}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$$

2. 用 LU 分解求解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \\ 5 \\ -5 \end{bmatrix}$$

3. 用 LU 分解，选列主元的 LU 分解和选全主元的 LU 分解求解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

4. 设 $\boldsymbol{A}$ 对称且 $a_{11} \neq 0$，并静定经过一次 Gauss 消去之后，$\boldsymbol{A}$ 具有如下形式

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \boldsymbol{a}_1^T \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{A}_2 \end{bmatrix}$$

   证明 $\boldsymbol{A}_2$ 仍是对称阵.

5. 用平方根法求解下列方程组

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 12 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

6. 用改进的平方根法求解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

7. 用追赶法求解线性方程组

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & & & \\ 1 & 5 & 6 & & \\ & 1 & 5 & 6 & \\ & & 1 & 5 & 6 \\ & & & 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

注：国庆之后第一次上课时提交作业！