



# 线性代数 简介

张晓平

武汉大学数学与统计学院

2023 年 9 月 11 日



## 线性代数的发展历程

- 由于法国数学家费马 (1601-1665) 和笛卡儿 (1596-1650) 的工作, 现代意义的线性代数基本上出现于十七世纪。
- 直到十八世纪末, 线性代数的领域还只限于平面与空间。
- 十九世纪上半叶才完成了到  $n$  维线性空间的过渡。
- 随着研究线性方程组和变量的线性变换问题的深入, 在 18~19 世纪期间先后产生行列式和矩阵的概念, 为处理线性问题提供了有力的工具, 从而推动了线性代数的发展。
- 在十九世纪下半叶, 因若当的工作而达到了它的顶点。
- 1888 年, 意大利数学家皮亚诺 (1858-1932) 以公理的方式定义了有限维或无限维线性空间。
- 托普利茨将线性代数的主要定理推广到任意体 (domain) 上的最一般的向量空间中。

## 有重要贡献的数学家

- **莱布尼兹** (德国数学家, 17 世纪)  
历史上最早使用行列式概念
- **克莱姆** (瑞士数学家, 1750 年)  
克莱姆法则 – 用行列式解线性方程组的重要方法
- **范德蒙** (法国数学家, 1772 年)  
对行列式做出连贯的逻辑阐述, 行列式的理论脱离线性方程组
- **柯西** (法国数学家, 1841 年)  
首先创立了现代的行列式概念和符号
- **高斯** (德国数学家, 1777-1855)  
提出行列式的某些思想和方法
- **西勒维斯特** (英国数学家, 1814-1897)  
首次提出矩阵的概念 (矩型阵式)
- **凯莱** (英国数学家, 1821-1895)  
矩阵论的创立

## 什么是线性代数？

一元线性函数在平面直角坐标系中的关系描述为一条直线，所以把这种函数形象地称为“线性”函数，显然，过原点的直线是最简单的线性函数。

$$y = ax + b, \quad y = ax.$$

线性 linear，指量与量之间按比例、成直线的关系，线性就是变量都是一次的，没有变量之间的乘法，只有数乘和加减。线性代数研究的都是线性问题！

## 什么是代数？

- 代数学是 9 世纪阿拉伯数学家花拉子米的一部著作的名称，原意是“还原与对消的科学”。
  - ▶ 什么叫做对消，大家知道的有正负对消，就是解方程时所谓的移项。
  - ▶ 所谓还原，就是把本来淹没在方程中的  $x$  把它暴露出来，还原了  $x$  的本来面目，所以方程是和代数紧密联系的。
- “代数”这一词在我国出现较晚，在清代时才传入中国，当时被人们译成“阿尔热巴拉”。直到 1859 年，清代著名的数学家、翻译家李善兰才将它翻译成为“代数学”，一直沿用至今。

## 主要内容

- 行列式与矩阵
- 向量
- 空间解析几何
- 线性方程组
- 线性空间与线性变换
- 矩阵的特征值与二次型
- 线性规划简介